

## Distribuciones discretas. La distribución binomial

1. Un jugador lanza un dado corriente. Si sale un número primo, gana tantos cientos de euros como marca el dado, pero si no sale primo, pierde tantos cientos de euros como marca el dado. Determina la función de probabilidad y calcula la ganancia esperada.

2. La función de probabilidad de una variable aleatoria discreta  $X$  viene expresada por la tabla siguiente:

$x_i$	1	2	3	4	5
$p(x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$k$	$2k$	$\frac{1}{3}$

- a) Calcula el valor de  $k$  y representa gráficamente la función de probabilidad.  
b) Calcula la media y la desviación típica.
3. Se selecciona, al azar, una muestra de tres artículos de una caja que contiene doce, de los cuales tres son defectuosos. Halla la esperanza matemática.
4. Se extraen 4 bolas, con reemplazamiento, de una urna que contiene 10 bolas azules y 6 blancas. La variable aleatoria  $X$  indica el número de bolas azules extraídas. Construye la distribución de probabilidad de  $X$  y calcula sus parámetros.
5. Se tira cinco veces una moneda cuyas caras están marcadas con los números 2 y 3. Halla la probabilidad de obtener un total de doce puntos.
6. Consultados los trabajadores de una empresa sobre la gestión del equipo directivo, un 40% se muestra favorable y el resto desfavorable. Determina la probabilidad de que de 5 trabajadores elegidos al azar:  
a) Ninguno sea favorable a la gestión.  
b) Al menos uno sea favorable.
7. La probabilidad de que un portero pare un penalti es 0,2. Si a lo largo de un campeonato le tiran 10 penaltis, calcula la probabilidad de que:  
a) No pare ninguno.  
b) Pare exactamente dos.
8. La probabilidad de que un determinado avión sea puntual al despegar es 0,1. Calcula el número esperado de aviones que despegarán a tiempo en dicho aeropuerto, en un día en que se registran 300 salidas.
9. Se sabe que el 65% de las empresas de cierta comunidad autónoma cumplen la normativa sobre seguridad en el trabajo. Calcula la probabilidad de que si se eligen 10 empresas de forma aleatoria, al menos la mitad cumpla con la normativa.

# SOLUCIONES

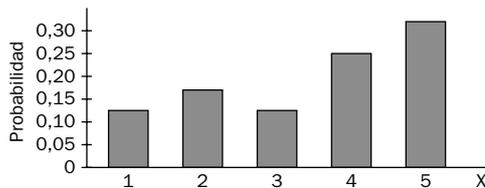
1. La variable  $X$  que indica las ganancias puede tomar los valores:

100, 200, 300, -400, 500, -600

Suceso	1	2	3	4	5	6
$x_i$	100	200	300	-400	500	-600
$p(x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

La ganancia esperada es la media  $= \frac{100}{6}$  euros.

2. a)  $\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + k + 2k + \frac{1}{3} = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{8}$



b)  $m_x = 1 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{8} + 4 \cdot \frac{2}{8} + 5 \cdot \frac{1}{3} = 3,5$

$$\sigma_x^2 = (1-3,5)^2 \cdot \frac{1}{8} + (2-3,5)^2 \cdot \frac{1}{6} + (3-3,5)^2 \cdot \frac{1}{8} + (4-3,5)^2 \cdot \frac{2}{8} + (5-3,5)^2 \cdot \frac{1}{3} = 2 \Rightarrow \sigma_x = \sqrt{2}$$

3. Si  $X$  indica el número de artículos defectuosos que pueden aparecer en una muestra, entonces  $X$  toma los valores 0, 1, 2, 3 con probabilidades:

$$p(X=0) = \frac{\binom{9}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{21}{55}; \quad p(X=1) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{9}{2}}{\binom{12}{3}} = \frac{27}{55}$$

$$p(X=2) = \frac{\binom{3}{2} \cdot \binom{9}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{27}{220}; \quad p(X=3) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{1}{220}$$

La esperanza es la media; es decir,  $m_x = 0,75$  artículos defectuosos.

4.  $p(X=0) = \frac{6}{16} \cdot \frac{6}{16} \cdot \frac{6}{16} \cdot \frac{6}{16} = 0,0198$

$$p(X=1) = 4 \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{16} \cdot \frac{6}{16} \cdot \frac{6}{16} = 0,1318$$

$$p(X=2) = 6 \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{16} \cdot \frac{6}{16} = 0,3295$$

$$p(X=3) = 4 \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{6}{16} = 0,3662$$

$$p(X=4) = \frac{10}{16} \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{10}{16} \cdot \frac{10}{16} = 0,1525$$

$$m_x = 2,5$$

$$\sigma_x = 0,968$$

5. La única posibilidad de obtener doce puntos es que aparezca tres veces el número 2 y dos veces el número 3.

La variable  $X$  que indica el número de veces que aparece el 2 es  $B(5; 0,5)$ .

$$p(\text{«obtener 12 puntos»}) = p(X=3) = 0,3125$$

6. La variable  $X$  que indica el número de trabajadores que se muestran favorables de entre los elegidos es  $B(5; 0,4)$ .

a)  $p(X=0) = 0,0778$

b)  $p(X \geq 1) = 1 - p(X=0) = 1 - 0,0778 = 0,9222$

7. La variable  $X$  que indica el número de penaltis que para el portero de los diez lanzados es  $B(10; 0,2)$ .

a)  $p(X=0) = 0,1074$       b)  $p(X=2) = 0,3020$

8. La variable que indica el número de aviones que despegan puntualmente es  $B(n; 0,1)$ . En este caso,  $n = 300$ , y el número buscado es la media; es decir,  $300 \cdot 0,1$  aviones = 30 aviones.

9. La variable  $X$  que indica el número de empresas que cumplen con la normativa de entre las elegidas es  $B(10; 0,65)$ . Para utilizar las tablas se define la variable  $Y$  que indica el número de empresas que no cumplen la normativa, y que es  $B(10; 0,35)$ . Probabilidad pedida:  $p(X \geq 5) = p(Y \leq 5) = 0,9050$ .