Funciones elementales

1. Un vendedor tiene un sueldo fijo de 700 euros mensuales más un 12% de comisión sobre las ventas que realice:

a) Escribe la función que determina el sueldo del vendedor según las ventas que realice y dibuja su gráfica.

b) ¿Cuál fue el importe de las ventas de un mes en que cobró 1 600 euros?

2. La factura de la energía eléctrica que una compañía suministra a una casa consta de una cantidad fija más otra proporcional a la electricidad consumida. En dos facturas distintas se han pagado 20 euros por 320 kW/h y 18 euros por 280 kW/h. Calcula la cantidad fija y el precio por kW/h que aplica la compañía.

3. El coste medio por unidad de fabricación de un determinado producto disminuye según el número de unidades fabricadas en función de la expresión $C(x) = 12x^{-\frac{1}{3}}$. Halla el coste medio por unidad de fabricar 1000, 12 167 y 50 000 unidades y representa la función $C(x)$.

4. El valor de un automóvil se deprecia desde el momento de su compra de forma gradual a razón del 15% anual. Si se vendiera un coche que costó 15 000 euros se obtendrían 7024 euros. ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?

5. El crecimiento de la población de un determinado país viene dado por la fórmula $P(t) = P_0(2{,}4)^{mt}$, donde P_0 es la población inicial, m la tasa media de crecimiento anual, en tanto por uno, y t el tiempo transcurrido expresado en años. En 1990, el país tenía 24 500 000 habitantes y una tasa media de crecimiento anual de un 2,8%.

a) Indica los habitantes que tenía en el año 1999 y cuántos tendrá en el año 2010.

b) ¿Qué tasa media de crecimiento anual tendría si en el año 2020 tuviera 35 millones de habitantes?

6. Dibuja la gráfica de la función $y = |\operatorname{sen} x|$ y señala el dominio, el recorrido, el período y los puntos en los que la gráfica corta a los ejes coordenados en un intervalo en el que no se repita la gráfica.

7. El regulador de la calefacción de una casa está programado de forma que la temperatura interior venga dada por la función $T(t) = 20 + \operatorname{sen}\frac{\pi(t-3)}{12}$, donde t es la hora del día, tomando como "hora cero" la medianoche.

¿En qué momento del día se produce la máxima temperatura? ¿En qué momento la mínima?

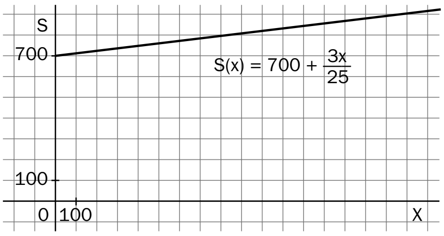
8. Resuelve la ecuación $\operatorname{sen}(3x + \pi) = \frac{1}{2}$.

9. Resuelve la ecuación $2 + \tan\frac{x}{4} = 3$.

SOLUCIONES

1. a) $S(x)=700+\dfrac{12x}{100}$ euros $=700+\dfrac{3x}{25}$ euros,

siendo x el valor de las ventas en euros.



b) $1\,600=700+\dfrac{3x}{25}\Rightarrow x=7\,500$

Las ventas fueron de 7 500 euros.

2. La factura es de la forma $f(x) = a + kx$, luego:

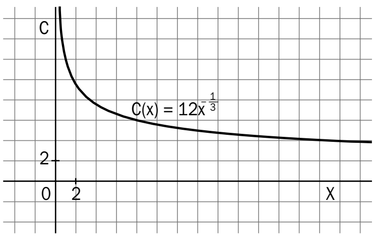
$$\left.\begin{array}{l} f(320)=a+320k=20 \\ f(280)=a+280k=18 \end{array}\right\}\Rightarrow k=0{,}05,\ a=4$$

La cantidad fija es 4 euros, y el precio por kW/h es de 0,05 euros.

3. $C(1\,000)=12(1\,000)^{-\frac{1}{3}} = 1{,}20$ euros/unidad

$C(12\,167)=12(12\,167)^{-\frac{1}{3}}\approx 0{,}52$ euros/unidad

$C(50\,000) = 12(50\,000)^{-\frac{1}{3}} \approx 0{,}33$ euros/unidad



4. Si se deprecia un 15%, el nuevo precio será el 85% del precio antiguo, luego, al cabo de x años, el precio será:

$$f(x)=15\,000\left(\frac{85}{100}\right)^x$$

$$7024=15\,000(0{,}85)^x \Leftrightarrow 0{,}85^x=0{,}4683\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\log 0{,}4683}{\log 0{,}85}=4{,}668$$

Han pasado 4 años y 8 meses.

5. a) $P(9)=24\,500\,000(2{,}4)^{0{,}028\cdot 9}=30\,547\,700$

En 1999 había 30 547 700 habitantes.

$P(20)=24\,500\,000(2{,}4)^{0{,}028\cdot 20}=40\,002\,246$

En 2010 habrá 40 002 246 habitantes.

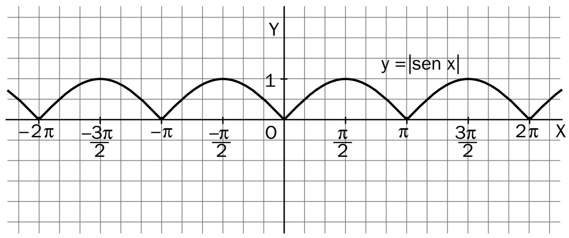
b) $35=24{,}5(2{,}4)^{30m}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log 35=\log 24{,}5+30m(\log 2{,}4)\Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow m=\frac{\log 35-\log 24{,}5}{30\log 2{,}4}=0{,}0135$$

La tasa sería del 1,36% anual.

6.



$D(f)=\mathbb{R}$; recorrido $= [0, 1]$; período π.

Puntos de corte en $[0, \pi]$: $(0, 0)$ y $(\pi, 0)$.

7. La máxima temperatura se alcanza cuando

$$\operatorname{sen}\frac{\pi(t-3)}{12}=1\Rightarrow\frac{\pi(t-3)}{12}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=9$$

es decir, a las 9 de la mañana.

La mínima se alcanza cuando

$$\operatorname{sen}\frac{\pi(t-3)}{12}=-1\Leftrightarrow\frac{\pi(t-3)}{12}=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow t=21$$

es decir, a las 9 de la noche.

8. $$\operatorname{sen}(3x+\pi)=\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases} 3x+\pi=\dfrac{\pi}{6}\Rightarrow x=-\dfrac{5\pi}{18} \\ 3x+\pi=\dfrac{5\pi}{6}\Rightarrow x=-\dfrac{\pi}{18}\end{cases}$$

9. $$2+\tan\frac{x}{4}=3\Rightarrow\tan\frac{x}{4}=1\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x}{4}=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow x=\pi \\ \dfrac{x}{4}=\dfrac{5\pi}{4}\Rightarrow x=5\pi\end{cases}$$