ediciones sm

Números reales: ordenación

1. Indica el número más grande en los siguientes pares:

a) $\frac{2}{7}$ y $\frac{3}{8}$ b) 3,24715691 y 3,24691291

2. Ordena de menor a mayor los siguientes números:

$2\sqrt{2}$; π; $-3{,}3333...$; $-\sqrt{4}$; $\frac{3}{5}$

3. Escribe tres números comprendidos entre:

a) $\frac{3}{13}$ y $\frac{4}{13}$

b) $\frac{2}{15}$ y $\frac{11}{68}$

c) 0,0765 y 0,0766

d) $\sqrt{5}$ y $\sqrt{6}$

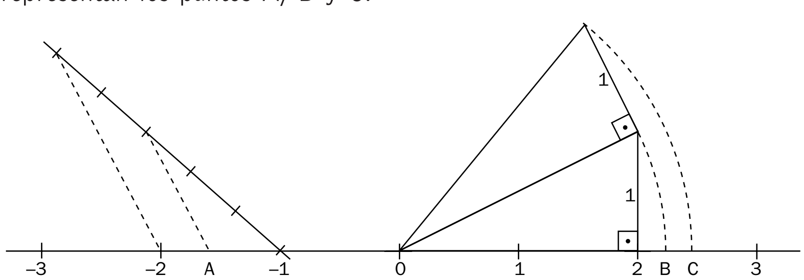
4. Los egipcios utilizaron $\left(\frac{16}{9}\right)^2$ como valor de $\pi = 3{,}141592...$ ¿Es la aproximación mayor o menor que π?

5. Representa sobre la recta real los siguientes conjuntos de números:

a) $[3, 5]$ b) $(-3, 2)$ c) $[1, +\infty)$ d) $|x| > 5$ e) $|x - 5| \leq 2$

6. Representa $\sqrt{10}$, $\sqrt{27}$ y $\frac{10}{7}$.

7. Indica qué números representan los puntos A, B y C.



8. Una persona hace donaciones mensuales a una ONG. Empezó donando 100 euros y la decimoquinta donación fue de 450 euros. Se sabe que dicha persona aumentaba su donación una cantidad constante cada mes.

a) Encuentra una fórmula que permita saber el importe de la donación conocido el mes.

b) Calcula el importe de la octava donación.

SOLUCIONES

1. a) $\frac{3}{8} - \frac{2}{7} = \frac{21 - 16}{56} = \frac{5}{56} > 0$, por tanto, es mayor el segundo número.

b) $3{,}24715691 - 3{,}24691291 = 0{,}000244 > 0$, por tanto, es mayor el primer número.

2. $-3{,}3333\ ... < -\sqrt{4} = -2 < \frac{3}{5} = 0{,}6 < 2\sqrt{2} =$
$= 2{,}8284... < \pi = 3{,}1415...$

3. Respuesta abierta. Por ejemplo:

a) $\frac{13}{52}$, $\frac{14}{52}$ y $\frac{15}{52}$, pues:

$\frac{3}{13} = \frac{12}{52} < \frac{13}{52} < \frac{14}{52} < \frac{15}{52} < \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$

b) $\frac{29}{210}$, $\frac{30}{210}$ y $\frac{31}{210}$, pues:

$\frac{2}{15} = \frac{28}{210} < \frac{29}{210} < \frac{30}{210} < \frac{31}{210} < \frac{33}{210} =$

$= \frac{11}{70} < \frac{11}{68}$

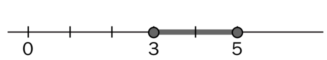
c) 0,07651; 0,07652 y 0,07653, pues: $0{,}0765 <$
$< 0{,}07651 < 0{,}07652 < 0{,}07653 < 0{,}0766$

d) 2,24; 2,36 y 2,41, pues: $\sqrt{5} = 2{,}236... < 2{,}24 <$
$< 2{,}36 < 2{,}41 < \sqrt{6}$

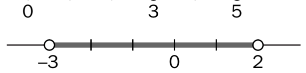
4. La aproximación utilizada por los egipcios es mayor que π, pues:

$\left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3{,}16049... > 3{,}14159... = \pi$

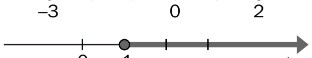
5. a)



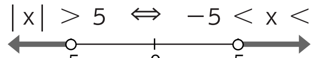
b)



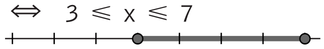
c)



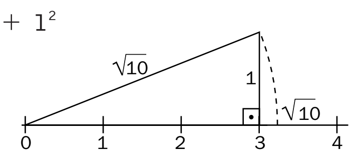
d) $|x| > 5 \iff -5 < x < 5$



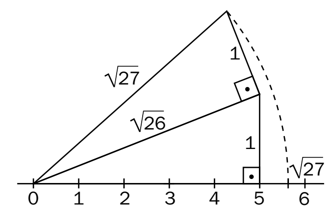
e) $|x - 5| \leqslant 2 \iff -2 \leqslant x - 5 \leqslant 2 \iff$
$\iff 3 \leqslant x \leqslant 7$



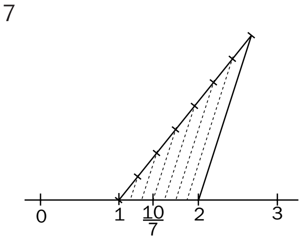
6. $10 = 3^2 + 1^2$



$27 = 5^2 + 1^2 + 1^2$



$\frac{10}{7} = 1 + \frac{3}{7}$



7. $A = -1 + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{8}{5}$

$B = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

$C = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 1^2} = \sqrt{5 + 1} = \sqrt{6}$

8. a) 1.ª semana: $D_1 = 100$

2.ª semana: $D_2 = 100 + p$

3.ª semana: $D_3 = 100 + p + p = 100 + 2p$

La serie anterior sugiere que $D_n = 100 + (n - 1)p$. Se prueba por inducción que la fórmula es cierta.

1) La igualdad es cierta para $n = 1$:
$D_1 = 100 = 100 + 0p$

2) Se supone que es cierta para $n - 1$:
$D_{n-1} = 100 + (n - 2)p$

3) Se demuestra que es cierta para n:
$D_n = D_{n-1} + p = 100 + (n - 2)p + p =$
$= 100 + (n - 2 + 1)p = 100 + (n - 1)p$

Queda demostrada la fórmula para cualquier número natural.

Cálculo del valor de p:

$D_{15} = 100 + 14p = 450 \Rightarrow p = \frac{350}{14} = 25$

La fórmula que permite conocer la donación, en euros, correspondiente al mes n-ésimo es:

$D_n = 100 + 25(n - 1)$

b) $D_8 = 100 + 7 \cdot 25 = 275$. El importe de la octava donación fue de 275 euros.