

Ecuaciones e inecuaciones

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \frac{x+2}{5} - x = 3x - \frac{4-x}{3}$$

$$b) \frac{x-5}{6} - \frac{x}{12} = \frac{x}{3} + \frac{x+2}{4}$$

$$c) \frac{\frac{x}{2} - \frac{x}{3}}{3} + x = \frac{2x-1}{6}$$

2. Un compuesto farmacéutico tiene una quinta parte de cloruro sódico, una cuarta parte de tricetol, la mitad de bencidamina y 25 mg de excipiente. Calcula el peso del compuesto.

3. Dadas las siguientes ecuaciones:

$$a) 12x^2 + 15x - 18 = 0$$

$$c) x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$b) 2x^2 - 6 = 0$$

$$d) x^2 + x + 1 = 0$$

Determina el número de soluciones antes de resolverlas y resuélvelas cuando sea posible.

4. a) La suma de dos números es 22 y la suma de sus cuadrados es 274. Halla ambos números.

b) El producto de dos números excede en una unidad al triple de su suma, y su diferencia es igual a 9. Halla ambos números.

5. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$$

$$c) \sqrt[3]{2x-1} = 5$$

$$b) 2x^3 + 9x^2 + 7x - 6 = 0$$

$$d) \sqrt{2x-5} - \sqrt{x-3} = 1$$

6. Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) 2 + x \geq 5(x + 1)$$

$$c) x^2 + 2x - 15 \leq 0$$

$$b) x + \frac{x-1}{5} < 2x - \frac{3-x}{2}$$

$$d) 4x^2 - 4x + 1 < 0$$

7. Un pintor tarda 12 horas en pintar un piso; otro pintor lo hace en 18 horas. ¿Cuántas horas tardarán en pintarlo entre los dos?

SOLUCIONES

1. a) $\frac{-4x+2}{5} = \frac{10x-4}{3} \Leftrightarrow -62x = -26 \Leftrightarrow x = \frac{13}{31}$

b) $\frac{2x-10-x}{12} = \frac{4x+3x+6}{12} \Leftrightarrow$
 $-6x = 16 \Leftrightarrow x = \frac{-8}{3}$

c) $\frac{3x-2x}{3} + x = \frac{2x-1}{18} \Leftrightarrow \frac{x+18x}{18} =$
 $= \frac{2x-1}{18} \Leftrightarrow 17x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{17}$

2. Sea c el peso en gramos del compuesto.

$$\frac{c}{5} + \frac{c}{4} + \frac{c}{2} + 25 = c \Leftrightarrow$$

$$4c + 5c + 10c + 500 = 20c \Leftrightarrow c = 500$$

El compuesto tiene una masa de 500 mg.

3. a) $12x^2 + 15x - 18 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + 5x - 6 = 0$
 $b^2 - 4ac = 121 > 0$; dos soluciones.

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{8} = \frac{-5 \pm 11}{8} \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ x = -2 \end{cases}$$

b) $2x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 = 0$
 $b^2 - 4ac = 12 > 0$; dos soluciones, $x = \pm\sqrt{3}$

c) $b^2 - 4ac = 0$, solución doble.

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = -2$$

d) $b^2 - 4ac = -3 < 0$; la ecuación no tiene solución en el conjunto de los números reales.

4. a) Por sumar 22, si uno de los números es x , el otro será $22 - x$.

$$x^2 + (22 - x)^2 = 274 \Leftrightarrow x^2 - 22x + 105 = 0$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{484 - 420}}{2} = \frac{22 \pm 8}{2} \begin{cases} x = 7 \\ x = 15 \end{cases}$$

Hay dos posibilidades (que van a dar la misma solución):

— Si uno de los números es 7, el otro es 15.

— Si uno de los números es 15, el otro es 7.

Solución: Los números pedidos son 7 y 15.

b) Puesto que la diferencia es 9, si un número es x , el otro es $x + 9$.

$$x(x + 9) - 1 = 3[x + (x + 9)] \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 3x - 28 = 0 \Rightarrow x = 4, x = -7$$

Se obtienen dos soluciones:

— Si uno de los números es 4, el otro es 13.

— Si uno de los números es -7 , el otro es 2.

5. a) Posibles raíces enteras: $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15$.

$$\text{Para } x = 1: 1 - 9 + 23 - 15 = 0$$

$$\text{Haciendo la división: } x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x - 1)(x^2 - 8x + 15) = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 3, x = 5$$

Solución: $x = 1, x = 3, x = 5$.

b) Posibles raíces enteras: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

Ni $x = 1, x = -1, x = 2$ cumplen la igualdad.

$$\text{Para } x = -2: -16 + 36 - 14 - 6 = 0$$

$$\text{Haciendo la división: } 2x^3 + 9x^2 + 7x - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x + 2)(2x^2 + 5x - 3) = 0$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = \frac{1}{2}$$

Solución: $x = -2, x = -3, x = \frac{1}{2}$.

c) $\sqrt[3]{2x-1} = 5 \Leftrightarrow (\sqrt[3]{2x-1})^3 = 5^3 \Leftrightarrow$

$$2x - 1 = 125 \Leftrightarrow x = \frac{126}{2} = 63$$

Comprobación: $\sqrt[3]{126-1} = 5$; solución: $x = 63$.

d) $(\sqrt{2x-5})^2 = (1 + \sqrt{x-3})^2 \Leftrightarrow 2x - 5 =$
 $1 + x - 3 + 2\sqrt{x-3} \Leftrightarrow x - 3 =$
 $2\sqrt{x-3} \Leftrightarrow (x-3)^2 = 4(x-3) \Leftrightarrow x^2 -$
 $10x + 21 = 0 \Leftrightarrow x = 7; x = 3$

Comprobación:

$$\text{— Si } x = 7: \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$$

$$\text{— Si } x = 3: \sqrt{1} - \sqrt{0} = 1$$

Solución: $x = 7, x = 3$.

6. a) $2 + x \geq 5(x + 1) \Leftrightarrow -3 \geq 4x \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{4}$

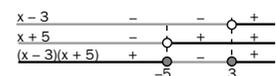
b) $\frac{10x + 2x - 2}{10} < \frac{20x - 15 + 5x}{10} \Leftrightarrow$

$$-13x < -13 \Leftrightarrow x > 1$$

c) $x^2 + 2x - 15 \leq 0 \Leftrightarrow$

$$(x - 3)(x + 5) \leq 0$$

Solución: $[-5, 3]$



d) $4x^2 - 4x + 1 < 0 \Leftrightarrow 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 < 0$, lo que es imposible. La ecuación no tiene solución en \mathbb{R} .

7. Si entre los dos tardan x horas, en una hora pintarán $\frac{1}{x}$ partes del piso.

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{5}{36} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{36}{5} = 7,2 \text{ horas}$$

Entre los dos pintores tardarán 7 horas y 12 minutos.