

Funciones periódicas

1. Expresa en radianes los siguientes ángulos medidos en grados:

- a) 15° b) 80° c) 125° d) 450° e) -70° f) 540°

2. Expresa en grados los siguientes ángulos medidos en radianes:

- a) $\frac{\pi}{4}$ rad b) $\frac{\pi}{3}$ rad c) $\frac{\pi}{2}$ rad d) $\frac{3\pi}{5}$ rad e) 1,5 rad f) -2 rad

3. Expresa con dos decimales las siguientes razones trigonométricas. Utiliza la calculadora.

- a) $\text{sen } 15^\circ 41'$ c) $\text{cos } 639^\circ$ e) $\text{sec } \frac{3\pi}{2}$ rad g) $\text{sen } -\frac{\pi}{3}$ rad
 b) $\text{tg } 2,27$ rad d) $\text{cotg } -210^\circ 23' 15''$ f) $\text{cosec } 0,31$ rad h) $\text{cos } (15^\circ 39' + 34^\circ 34')$

4. Razona, sin usar la calculadora, si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

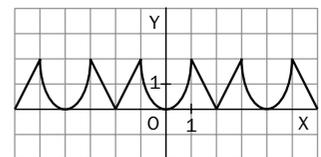
- a) La tangente de un ángulo del segundo cuadrante es negativa. e) $\text{cos } \alpha^2 = \text{cos}^2 \alpha$
 b) Si $\text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$, entonces $\text{sen } \alpha = 3$ y $\text{cos } \alpha = 4$. f) $\text{cos } 30^\circ < \text{cos } 60^\circ$
 c) El coseno de un ángulo negativo nunca puede ser un número positivo. g) $\text{sen } 2\alpha = 2 \text{sen } \alpha$
 d) $(\text{sen } \alpha)^2 = \text{sen}^2 \alpha$ h) $\text{cos } (-\alpha) = \text{cos } \alpha$

5. Construye una circunferencia goniométrica y razona con su ayuda si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- a) $\text{sen } (a + \pi) = -\text{sen } a$ c) $\text{sen } \left(a + \frac{\pi}{2}\right) = \text{cos } a$
 b) $\text{cos } (\pi - a) = \text{cos } a$ d) $\text{cos } \left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \text{sen } a$

6. Observa la gráfica de la siguiente función en el intervalo $[-6, 6]$ y responde:

- a) ¿Cuál es el período de esta función en el intervalo $[-6, 6]$?
 b) ¿Es simétrica? ¿De qué tipo?
 c) ¿Qué puedes decir sobre el crecimiento y decrecimiento en $[-6, 6]$?



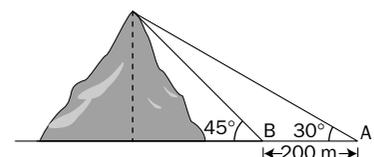
7. Indica el período de las siguientes funciones:

- a) $y = 3 \text{cos } 5x$ c) $y = \text{cos } (x + 4)$ e) $y = \text{sen } 2x - 3,5$
 b) $y = \frac{\text{sen } x}{2}$ d) $y = \text{cos } \left(\frac{x}{4}\right)$ f) $y = 2 \text{sen } (-3x + 1)$

8. A partir de la gráfica de $y = \text{sen } x$, construye las gráficas de:

- a) $y = 2 \text{sen } x$ b) $y = \text{sen } 3x$ c) $y = \text{sen } x + 2$

9. Desde un punto A situado en la horizontal se ve la cima de una montaña bajo un ángulo de elevación de 30° . Aproximándose 200 metros sobre la horizontal hacia la montaña, se llega a un punto B desde el cual el ángulo de elevación es de 45° . Halla la altura de la montaña.



SOLUCIONES

1. Para pasar de grados a radianes se multiplica por π y se divide por 180.

a) $\frac{\pi}{12}$ rad c) $\frac{25\pi}{36}$ rad e) $\frac{-7\pi}{18}$ rad
 b) $\frac{4\pi}{9}$ rad d) $\frac{5\pi}{2}$ rad f) 3π rad

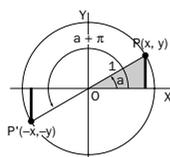
2. Para pasar de radianes a grados se multiplica por 180 y se divide por π .

a) 45° c) 90° e) $85^\circ 56' 37''$
 b) 60° d) 108° f) $-114^\circ 35'$

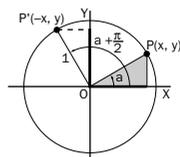
3. a) 0,27 d) -1,71 g) -0,87
 b) -1,19 e) No existe h) $\cos 50^\circ 13' = 0,64$
 c) 0,16 f) 3,28

4. a) Verdadero. Pertenecen al segundo cuadrante los ángulos comprendidos entre 90° y 180° .
 b) Falso. Las funciones $\sin x$ y $\cos x$ tienen como recorrido $[-1, 1]$.
 c) Falso. Contraejemplo: $\cos(-60^\circ) = 0,5$.
 d) Verdadero. Son dos formas distintas de expresar el cuadrado del $\sin x$.
 e) Falso. Contraejemplo: si $\alpha = 30^\circ$, $\cos(30^\circ)^2 = \cos 90^\circ = -1$, que es distinto de $\cos^2 30^\circ = (\cos 30^\circ)^2 = (0,87)^2$.
 f) Falso; $\cos 30^\circ = 0,87 > \cos 60^\circ = 0,5$.
 g) Falso. Contraejemplo: $\sin 60^\circ = 0,87 \neq 2 \sin 30^\circ = 1$.
 h) Verdadero, pues $\cos(-\alpha) = \cos(360 - \alpha) = \cos(\alpha)$.

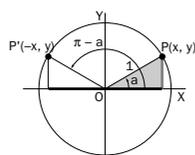
5. a) Verdadero



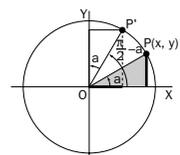
- c) Verdadero



- b) Falso



- d) Verdadero



6. a) El período es 4.

b) La función es simétrica par.

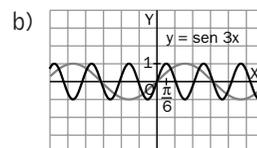
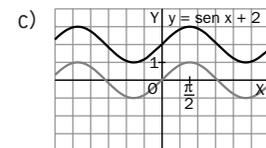
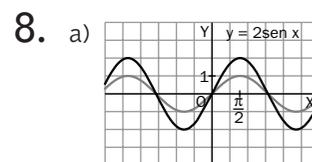
c) Creciente en $[-6, -5]$, $[-4, -3]$, $[-2, -1]$, $[0, 1]$, $[2, 3]$ y $[4, 5]$; decreciente en $[-5, -4]$, $[-3, -2]$, $[-1, 0]$, $[1, 2]$, $[3, 4]$ y $[5, 6]$.

7. $f(x) = a \sin(bx + c)$ y $g(x) = a \cos(bx + c)$ tienen de período $T = \frac{2\pi}{|b|}$, donde a , b y c son números reales.

a) $T = \frac{2\pi}{|5|} = \frac{2\pi}{5}$ d) $T = \frac{2\pi}{|\frac{1}{4}|} = 8\pi$

b) $T = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$ e) $T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

c) $T = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$ f) $T = \frac{2\pi}{|-3|} = \frac{2\pi}{3}$



9. Sea h la altura de la montaña y x la distancia del punto B al pie de la altura, ambas en metros.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{h}{200 + x} \\ \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{h}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = (200 + x) \operatorname{tg} 30^\circ \\ h = x \operatorname{tg} 45^\circ \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$(200 + x) \operatorname{tg} 30^\circ = x \operatorname{tg} 45^\circ \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{200 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}{(\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ)} = 115,47$$

$$h = x \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 273,21$$

Solución: La montaña tiene una altura de 273,21 m.