LÍMITES DE FUNCIONES RACIONALES

a) Indeterminación k/0 (k ≠ 0)

Esta indeterminación se elimina calculando los límites laterales; si son iguales, la función tiene límite +∞ ó -∞; en caso contrario, no existe límite.

Ejemplo: Indeterminación

$$\lim_{x\to 1}\frac{1}{x-1}=\frac{1}{0}$$

Se calculan los límites laterales:

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{1}{x-1}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x-1}=+\infty$$

Puesto que son distintos, la función no tiene límite en x = 1.

b) Indeterminación 0/0

La indeterminación 0/0 de funciones racionales desaparece descomponiendo en factores el numerador y el denominador y simplificando.

Ejemplo: Indeterminación

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}=\frac{0}{0}$$

Se descompone en factores el numerador y el denominador y se simplifica:

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x^2+x+1)=3$$

c) Indeterminación ∞/∞

La indeterminación ∞/∞ de funciones racionales desaparece dividiendo numerador y denominador por la potencia máxima.

Ejemplo: Indeterminación

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{5x^2-3x+1}{x^2+2}=\frac{\infty}{\infty}$$

Se divide el numerador y el denominador por x^2

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{\frac{5x^2}{x^2}-\frac{3x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2}{x^2}}=\lim_{x\to +\infty}\frac{5-\frac{3}{x}+\frac{1}{x^2}}{1+\frac{2}{x^2}}=5$$