1. **(Jun.2010)** Una empresa fabrica bicicletas y vende cada unidad de un determinado modelo a un precio P(x) (en euros) que depende del número x de bicicletas de ese model que haya fabricado. Tal función es

$$P(x) = 384 - \frac{2x^2}{75}, 0 < x \leq 60$$

En la fabricación de las x bicicletas se produce un gasto fijo de 100 euros más un gasto variable de 256 euros por cada bicicleta fabricada.

a) Calcula la función que expresa el beneficio obtenido por la empresa en la fabricación de x bicicletas.
b) ¿Cuántas bicicletas deberá fabricar la empresa para obtener el máximo beneficio?
c) Para el número de bicicletas anterior, calcula el gasto, el ingreso y el beneficio máximos.

2. **(Jun.2010)** El número N de ejemplares vendidos (en miles) de una revista destinada al público adolescente es estimado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 3t(10-t) & 0 \leq t \leq 8 \\ \frac{624\,t}{t^2+144} & t > 8 \end{cases}$$ donde t es el tiempo transcurrido en semanas

Determina: los períodos en los que aumentan y en los que disminuyen las ventas de la revista, cuando se alcanza el mayor número de ventas y a cuánto ascienden. ¿A qué valor tiende el número de ventas con el paso del tiempo?

3.- **(Sept.2010)** La función C(t) = $-t^3 + 9t^2 - 15t + 50$, $0 \leq t \leq 6$, se ajusta a la cotización en euros de cierta moneda en los últimos seis años (C(t) indica la cotización en el tiempo t medido en años).

(a) Encuentra los intervalos de tiempo en los que la cotización creció y en los que decreció.
(b) ¿En qué momentos hubo una cotización más baja y más alta? ¿cuáles fueron esas cotizaciones?
(c) ¿tiene C(t) algún punto de inflexión? En caso afirmativo, calcúlalo y traza la gráfica de la función en el intervalo dado de tiempo.

4.- **(Sept.2010)** Una fábrica produce diariamente un total de 20 artículos de dos modelos diferentes A y B.
El coste de producción diario (en euros) viene dado por C = 6 x3 + 450 y – 2500, siendo x el número de modelos del tipo A e y el número de modelos del tipo B. ¿Cuántos modelos de cada tipo debe producir diariamente para minimizar el coste de producción diario? Calcula ese coste de producción mínimo.

5.- **(Jun. 2009)** Para un programa de ayuda se estima que el número de beneficiarios n (en miles) durante los próximos t años, se ajustará a la función

$$n(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 18\,t, \quad 0 \leq t \leq 9$$

(a) Representa la gráfica de la función, estudiando intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos (absolutos y relativos) y punto de inflexión. ¿en qué año será máximo el número de beneficiarios?, ¿cuál es dicho número?

(b) Un segundo programa para el mismo tipo de ayuda, estima que para los próximos t años, el número de beneficiarios (en miles) será $m(t) = \frac{9}{2}t, \quad 0 \leq t \leq 9$. ¿En algún año el número de beneficiarios será el mismo con ambos programas? ¿en qué intervalo de tiempo el primer programa beneficiará a más personas que el segundo?

Sol.- (a) t = 9 ; 40500 (b) t = 0 ; (0 , 4´5)

6.- **(Jun. 2009)** Un modelo para los costos de almacenamiento y envío de materiales para un proceso de manufactura, viene dado por la función $C(x) = 100\left(100 + 9x + \frac{144}{x}\right)$, $1 \leq x \leq 100$, siendo *C(x)* el coste total (en euros) de almacenamiento y transporte y x la carga (en toneladas) de material.

(a) Calcula el coste total para una carga de una tonelada y para una carga de 100 toneladas de material
(b) ¿Qué cantidad x de toneladas de material producen un coste total mínimo?
(c) Si deciden no admitir costes de almacenamiento y envío superiores o iguales a 75000 euros, ¿hasta qué carga de material podrían mover?

Sol.- (a) C(1) = 25300 € ; C(100) = 100144 € (b) 4T (c) C(4) = 17200 €

7.- **(Sept.2009**) Un individuo invirtió en acciones de cierta compañía durante los últimos 12 meses. El valor V de su inversión, en euros, en el transcurso de t meses se estima por la función

$$V(t) = -2t^3 + 9t^2 + 240t + 1200, \text{ siendo } 0 \leq t \leq 12$$

(a) ¿Cuánto invirtió inicialmente?
(b) ¿Entre qué meses el valor de su inversión creció?¿y entre cuáles decreció?
(c) El individuo vende sus acciones transcurridos los 12 meses, ¿cuál habría sido el mejor momento para hacerlo? ¿Cuánto perdió por no haberlas vendido en el momento óptimo?
(d) Utilizando los resultados de los apartados anteriores representa gráficamente la función, calculando además el punto de inflexión

Sol.- (a) 1200 € (b) (0, 8)crec. Y (8, 12) decr. (c) t = 8 ; 2672 € ; 752 € (d) PI (1´5 , 1573´5)

8.- **(Sept.2009)** Una organización humanitaria planea una campaña para recaudar fondos en una ciudad. Se sabe, por experiencias anteriores, que el porcentaje P de habitantes de la ciudad que hará un donativo es una función del número de días t que dure la campaña, estimada por $P(t) = 40(1 - e^{-0,05t})$, $t \geq 0$

(a) ¿Qué porcentaje de habitantes de la ciudad hará un donativo después de 10 días de iniciada la campaña?¿Y después de 20 días?
(b) Calcula el ritmo de cambio, P´(t), del porcentaje de donantes con respecto a los días de campaña transcurridos. ¿Es la función P(t) creciente o decreciente?
(c) Calcula el $\lim_{t\to\infty} P(t)$¿Se supera en algún día el 40 % de los donantes?
(d) Si la ciudad tiene 100000 habitantes y si cada donante contribuye con 2 euros, calcula el total que se habrá recaudado al cabo de 20 días.

Sol.- (a)15´74% ; 25´28% (b) crec. (c) 40 ; no (d) 50560 €

9.- **(Jun.2008)** Supongamos que el valor V, en euros, de un producto disminuye o se deprecia con el tiempo t, en meses, donde

$$V(t) = 50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2}, \qquad t \geq 0$$

(a) Calcular el valor inicial del producto, V(0). ¿A partir de qué mes el valor del producto es inferior a 34 €?

(b) Determinar la velocidad de depreciación del producto, es decir, V´(t).

(c) Hallar el $\lim_{t\to\infty} V(t)$. ¿Hay algún valor por debajo del cual nunca caerá V? Justificar la respuesta.

Sol.- (a) 50 € ; t > 8 (b) $V'(t) = -\frac{100\,t}{(t+2)^2}$ (c) 25 ; no

10.- **(Jun. 2008)** El número de plazas ocupadas de un aparcamiento a lo largo de las 24 horas de un día, viene expresado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 1680 + 20t & si \quad 0 \le t < 8 \\ -10t^2 + 260t + 400 & si \quad 8 \le t < 16 \\ -10t^2 + 360t + 1200 & si \quad 16 \le t \le 24 \end{cases}$$

(a) ¿A qué hora del día presenta el aparcamiento una ocupación máxima? ¿Cuántos coches hay a esa hora?

(b) ¿Entre qué horas la ocupación del aparcamiento es igual o superior a 2000 plazas?

Sol.- (a) t = 13 ; 2090 coches (b) (10 , 20)

11.- **(Sept.2008)** La distancia (en millas) entre un barco pesquero que salió a faenar durante un período de 10 días y su puerto base viene dada por la función:

$$M(t) = \begin{cases} 36 - (2t-6)^2 & 0 \le t \le 5 \\ 4(10-t) & 5 < t \le 10 \end{cases}$$

Donde t es el tiempo transcurrido (en días) desde su salida del puerto base.

(a) ¿Después de cuantos días es máxima la distancia del pesquero a su puerto base? ¿a cuántas millas se encontraba?

(b) ¿Durante qué períodos aumentaba la distancia a su puerto base? ¿en qué períodos disminuía?

(c) ¿A partir de qué día, después de alcanzar la distancia máxima, se encontraba a menos de 12 millas del puerto base?

Sol.- (a) t = 3 ; 36 millas (b) (0, 3) ; (3, 10) (c) a partir 7º día

12. **(Sept.2008)** Una institución de beneficencia estatal quiere determinar cuántos analistas debe contratar para el procesamiento de solicitudes de la seguridad social. Se estima que el coste (en euros) C(x) de procesar una solicitud es una función del número de analistas x dada por:

$$C(x) = 0{,}003\,x^3 - 0{,}216\,\ln x + 5, \text{siendo } x > 0$$

(a) Si el objetivo es minimizar el coste por solicitud C(x), determinar el número de analistas que deberían contratarse.

(b) ¿Cuál es el coste mínimo que se espera para procesar una solicitud?

Sol.- (a) 6 analistas (b) 4,72 €

13. **(Jun.2007)** Se estudia la evolución mensual del número de socios de una entidad durante el año 2005 y se observa que está modelada por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + a & si \quad 0 \leq x \leq 6 \\ 50 & si \quad 6 < x \leq 8 \\ 50 + (x-8)(x-12) & si \quad 8 < x \leq 12 \end{cases}$$

donde x es el tiempo en meses.

a) Si inicialmente la entidad se fundó con 50 socios, determinar el valor de a.
b) Determinar en qué mes el número de socios fue máximo y en qué mes el número de socios fue mínimo.
c) Si para cubrir gastos la entidad necesitaba más de 47 socios, ¿en qué meses tuvo pérdidas?

Sol.- a = 50 (b) máx.- x = 3; mín. x = 10 (c) (9, 11)

14. **(Jun.2007)** Un estudio indica que, entre las 12:00 horas y las 19:00 horas de un día laborable típico, la velocidad (en Km/h) del tráfico en cierta salida de autopista viene dada por la siguiente función

$f(x)= 2x^3 - 21x^2 + 60x + 20$, $0 \leq x \leq 7$ donde x es el número de horas después del mediodía

(x = 0 corresponde a las 12:00 horas) Representar gráficamente f(x), para $0 \leq x \leq 7$, estudiando: el punto de corte con el eje y, intervalos de crecimiento y decrecimiento, intervalos de concavidad y convexidad. Calcular las horas en las que se presentan máximos, mínimos y puntos de inflexión para la velocidad de tráfico.

Sol.- 14 h y 19 h máx ; 12 h y 17 h mín ; 15h 30 min PI

15.- **(Sept.2007)** El rendimiento de los trabajadores de una factoría (valorado en una escala de 0 a 100) durante una jornada de 8 horas, viene dado por la función:

$$r(t) = \begin{cases} -10t^2 + 60t & si \quad 0 \leq t < 4 \\ 80 & si \quad 4 \leq t < 6 \\ 170 - 15t & si \quad 6 \leq t \leq 8 \end{cases}$$

Siendo t el tiempo en horas

(a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento ¿Cuál es el rendimiento máximo?
(b) ¿En qué instantes de su jornada laboral el rendimiento se sitúa en la mitad de la escala?

Sol.- (a) (0,3) crec. ; (3, 4) decrec. (b) 1 y 8

16.- (**Sept. 2007)** Una empresa estimó que el coste (en euros) de producir diariamente x unidades de un determinado producto viene dado por la función C(x) = 2400 + 26 x, y que el ingreso diario (en euros) que obtiene vendiendo estas x unidades viene dado por la función $I(x) = 150x - x^2$.

(a) Calcular la función B(x) que expresa los beneficios (ingresos menos costos) diarios obtenidos. ¿Entre qué valores deberá estar comprendido el número de unidades producidas diariamente para que la empresa no tenga pérdidas?
(b) Hallar el número de unidades que tiene que producir diariamente para que el beneficio sea máximo ¿A cuánto asciende el dicho beneficio?

Sol.- (a) $B(x) = -x^2 + 124x - 2400$; entre 24 y 100 (b) 62 unidades ; 1444 €